

---

# Dimensionierung von Spritzbetonschalen

---

## STRUCTURAL DESIGN OF SHOTCRETE SHELLS

### DIMITRIOS KOLYMBAS

Sowohl die Innenschale als auch ihre Bewehrung ist ein Dokument der Unkenntnis des tatsächlichen Gebirgsdrucks. Sofern die Innenschale keine abdichtende, montagetechnische oder ästhetische Funktion übernimmt, steht sie nur aus Angst gegen unbekannte Belastungen durch Gebirgsdruck. Diese Angst ist nicht dem Praktiker vorzuwerfen, sie weist aber auf theoretische Lücken hin. Zuweilen wird die statische Berechnung der Innenschale mit großer Detailliebe durchgeführt, was aber nicht verdecken kann, daß erstens die Belastungsannahmen völlig ungewiß sind und, zweitens, die Tragwirkung der Spritzbetonschale völlig vernachlässigt wird. Diese übernimmt aber eine tatsächliche Stützfunktion, die beim Tunnelvortrieb manifest wird. Da sie unmittelbar am Gebirge angrenzt, kann - und wurde tatsächlich - ihre statische Funktion durch Messungen dokumentiert werden. Diese Messungen wurden ursprünglich nicht richtig gedeutet. Ihre Interpretation erlaubt einen sehr einfachen Ansatz, der es möglich macht, die Außenschale zu bemessen und zugleich einige der intuitiven Konzepte der NÖT theoretisch zu begründen.

*Both the inner shell and its reinforcement document planners' ignorance of the actual ground pressure. Unless the inner shell serves as sealing, or fulfils constructional or aesthetic aims, its only purpose is to keep in check potential loads resulting from ground pressure. It is not the practitioner who must be blamed, rather the facts point to deficiencies in terms of the theoretical foundation. The structural design of the inner shell is often performed down to the smallest detail, which, however, cannot conceal the fact that first the design loads are completely uncertain, and second the carrying capacity of the shotcrete shell is entirely neglected. In fact, the shotcrete shell takes on a support function that manifests itself in the course of tunnel driving. Since the shotcrete shell directly adjoins the rock mass, its structural function can be proved and has actually been documented by means of measurements. Originally, these measurements were misinterpreted. Their correct interpretation, however, enables a very simple approach by which the outer shell can be designed and at the same time some of the intuitive concepts of the NATM (New Austrian Tunnelling Method) can be underpinned theoretically.*

### 1. Einführung

Die statische Bemessung der Außenschale aus Spritzbeton erfolgt nach Maßgabe der darauf wir-

kenden Lasten. Diese resultieren aus der komplizierten Wechselwirkung zwischen Gebirge und Schale. Ihre Bestimmung stellt somit ein Problem aus dem Gebiet Soil Structure Interaction, das extrem kompli-

ziert ist und noch nicht als gelöst erachtet werden kann. Ähnliche Probleme ergeben sich bei Stützwänden und bei Fundamenten. Bei Soil Structure Interaction Problemen greifen die Ingenieure gerne auf Bettungsansätze zurück - ganz einfach, weil sie nichts anderes zur Hand haben. Lineare Bettungsansätze führen zu linearen Differentialgleichungen höheren Grades. Man kann also viel rechnen, was Gelehrsamkeit vortäuscht, tatsächlich aber die Unkenntnis der Sachverhalte nicht verdecken sollte. Schließlich vertraut die Praxis den Berechnungen doch nicht, dies zeigen die Angstbewehrungen der Innenschalen, die in Deutschland nicht fehlen dürfen, auf die aber die Österreicher (ohne Schaden!) verzichten.

Es gibt allerdings Grenzfälle, bei denen sich Soil Structure Interaction Probleme relativ einfach lösen können. Sie sind dann gegeben, wenn einer der miteinander in Wechselwirkung stehenden Körper zum Versagen kommt. Denn, die Versagenslast hängt nur vom betreffenden Körper ab. Wenn man dies übersieht, so wundert man sich darüber, daß die maximale Belastung auf die Spritzbetonschale unabhängig vom Gebirge ist [4]:

"Einen raschen und guten Erfahrungsvergleich ermöglicht die Messung der Kontaktdrücke zwischen dem Gebirge und der Sicherungsschale. Bei zahlreichen Tunneln liegen diese auffallenderweise, ob die Überlagerung groß (Tauerntunnel; Überlagerung 140 bis 1000 m) oder klein (Lehrertal; Überlagerung 3 bis 30 m; U-Bahnen, Überlagerung 5 bis 10 m) war, immer wieder in derselben Größenordnung. Bei seichten Tunneln wurden maximal 15 bis 25 Mp/m<sup>2</sup> gemessen. Die größten in Normalausführungen beobachteten Werte liegen, abgesehen von 'Ausreißern', etwa bei 40 bis 100 Mp/m<sup>2</sup>."

Die Vereinfachung von Soil Structure Interaction Problemen beim Versagensfall wird in dieser Arbeit ausgenutzt, um vereinfachte Näherungsformeln für die Belastung auf die Firste und die Sohle einer Spritzbetonschale herzuleiten. Dabei wird lokales Versagen des Gesteins, d.h. Erreichen der Grenzbedingung angenommen. Letztere wird durch die Scherfestigkeitsparameter  $c$  (Kohäsion) und  $\varphi$  (Reibungswinkel) angenommen. Die daraus resultierenden einfachen Formeln stellen Beziehungen zwischen der First- und Sohlbelastung auf die Außenschale (sog. Ausbaudruck), dem Krümmungsradius an der Firste bzw. Sohle, sowie den Scherfestigkeitsparametern dar. Zugleich liefern diese Formeln eine rationale Begründung für einige Prinzipien der NÖT.

Zu ihrer Herleitung beschränkt man sich auf die Symmetrieachse des Tunnelprofils, das kreis- oder maulförmig sein darf. Im letzteren Fall ist für den Radius  $r$  der Radius des Krümmungskreises an der Firste bzw. der Sohle ( $r_f$  bzw.  $r_s$ ) zu nehmen. In Bild 1 ist die primäre und die sekundäre Verteilung der Vertikalspannung  $\sigma_z$  entlang der Symmetrieachse eingezeichnet. Die Herleitung der Formeln ist ausführlich in [1] und in [2] dargestellt.

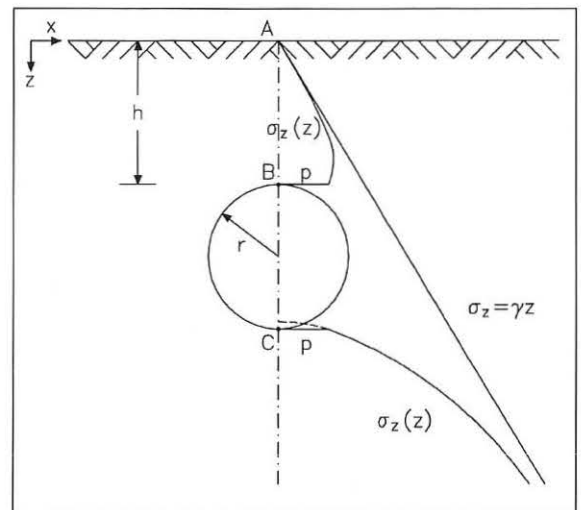


Bild 1: Verteilung der Vertikalspannung über die vertikale Symmetrieachse

## 2. Belastung auf die Tunnelfirste

Die in Bild 1 gezeigte sekundäre Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  wird durch eine quadratische Parabel approximiert. Es wird zudem angenommen, daß an der Tunnelfirste die Grenzbedingung des Gesteins erreicht ist, d.h.

$$\sigma_x - \sigma_z = \sigma_z \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1)$$

Unter Berücksichtigung der Gleichgewichtsbedingung in vertikaler Richtung,

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{\sigma_x - \sigma_z}{r} = \gamma \quad ,$$

ergibt sich daraus die Spannungsverteilung  $\sigma_z(z)$  und insbesondere der Ausbaudruck an der Firste

$$p_f = h \frac{\gamma - \frac{c \cos \varphi}{r_f (1 - \sin \varphi)}}{1 + \frac{h \sin \varphi}{r_f (1 - \sin \varphi)}} \quad (2)$$

$h$  ist dabei die Überdeckung. Insbesondere kann man aus Glg. (2) die Kohäsion  $c$  entnehmen, die erforderlich ist, damit ein Tunnel mit dem Firstkrümmungsradius  $r_f$  gerade noch stabil bleibt:

$$c \geq \gamma r_f \frac{1 - \sin \varphi}{\cos \varphi} \quad (3)$$

MÉLIX [3] fand durch Modellversuche mit kreisförmigen Tunnelquerschnitten, daß für ungestützte Tunnel eine Mindestkohäsion

$$c = 0,8\gamma r$$

erforderlich ist. Ist die vorhandene Kohäsion kleiner als die erforderliche, so erfolgt ein Verbruch, so daß der verbleibende Hohlraum einen kleineren Krümmungsradius aufweist (siehe Bild 2). Der hiermit angesprochene Verbruchmechanismus findet seine Bestätigung in Bild 3. Der dort gezeigte Stollen war in leicht kohäsivem Schotter vorgetrieben und mit Holzzimmerung gesichert worden. Nachdem diese verfault war, erfolgten im Firstbereich Verbrüche, und der seit einigen Dekaden stabile ungestützte Hohlraum hat die im Foto gezeigte Querschnittform angenommen.

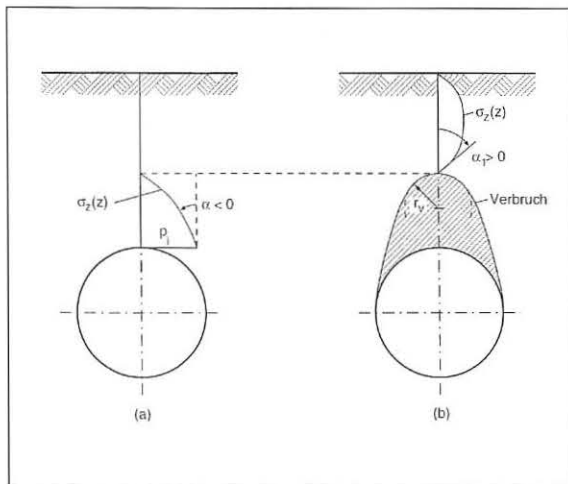


Bild 2: a) Verlauf der Spannung  $\sigma_z$  im Firstbereich eines Tunnels, wenn  $\alpha < 0$   
b) Prinzipskizze zur Entstehung des Verbruches in der Firste eines Tunnels

Aus den Gleichungen 2 und 3 geht die Bedeutung des Radius  $r_f$  hervor. So kann aus der Standsicherheit eines Probestollens mit kleinem Durchmesser nicht ohne weiteres auf diejenige eines großen Tunnels im selben Gebirge geschlossen werden. Aus Gleichung 2 ist ersichtlich, daß der Ausbauwiderstand  $p_f$  wächst, wenn  $c$  infolge Auflockerung vermindert wird (aufsteigender Ast der Gebirgskennlinie). Daher sollte die Auflockerung vermieden werden, was ein wichtiger Grundsatz der NÖT ist.

Wenn die Geländeoberkante mit der gleichmäßigen Flächenlast  $q$  belastet wird, so ist Gleichung 2 wie folgt zu verallgemeinern:

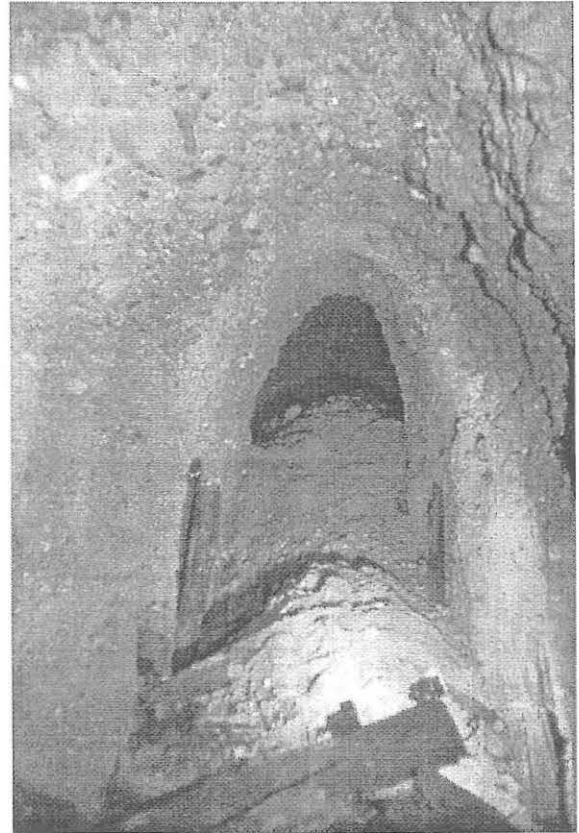


Bild 3: Ungestützter Stollen in leicht kohäsivem Schotter (Foto Dr. Gstrein)

$$p_f = \frac{q - \frac{h}{r_f} \frac{c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} + \gamma h}{1 + \frac{h}{r_f} \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}}$$

### 3. Belastung auf die Tunnelsohle

Nun wenden wir eine ähnliche Überlegung an, um den erforderlichen Ausbauwiderstand  $p_s$  an der Tunnelsohle zu bestimmen. Wir betrachten wieder die Verteilung der Vertikalspannung  $\sigma_z$  entlang der Symmetrieachse ABC (siehe Bild 1).  $\sigma_z$  hat an der Sohle den (noch unbekannt) Wert  $p_s$  und nähert sich mit wachsender Tiefe  $z$  asymptotisch der geostatischen Verteilung des primären Spannungszustands  $\sigma_z = \gamma z$  an. Eine einfache analytische Kurve, die diesen Bedingungen genügt, ist die Hyperbel

$$\sigma_z(z) = \gamma z + \frac{a}{z} \quad (4)$$

mit dem zunächst freien Parameter  $a$ .

Wir nehmen jetzt an, daß an der Tunnelsohle (Punkt C in Bild 1) die Festigkeit des Gebirges gerade voll mobilisiert ist. Aus der Gleichgewichtsbedingung

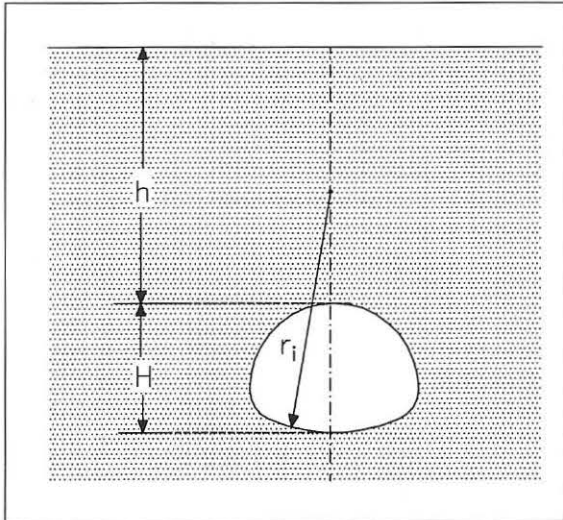


Bild 4: Geometrie eines nicht-kreisförmigen Tunnels

$$\frac{d\sigma_z}{dz} - \frac{\sigma_x - \sigma_z}{r} = \gamma$$

folgt dann für ein reibungsfreies Material

$$\left. \frac{d\sigma_z}{dz} \right|_c = \gamma + \frac{2c}{r_s} \quad (5)$$

$r_s$  ist dabei der Krümmungsradius der Tunnelsohle. Aus den Gleichungen 4 und 5 läßt sich  $a$  zu  $-2c(H + h)^2/r_s$  bestimmen, woraus sich dann der Ausbauwiderstand an der Stelle  $z = h + H$  bestimmen läßt:

$$p_s = (H + h) \left( \gamma - \frac{2c}{r} \right) \quad (6)$$

$H$  ist die Tunnelhöhe (s. Bild 4). Für  $c < \gamma r/2$  ist  $p_s > 0$ , d.h. ein Sohlausbau ist erforderlich. Dies ist auch ein wichtiger Grundsatz der NÖT, welche für Gebirge geringer Festigkeit einen raschen "Sohl-schluß" fordert. Für Gebirge mit Kohäsion und Reibung erhält man auf ähnliche Weise:

$$p_s = (H + h) \frac{\gamma r (1 - \sin \varphi) - 2c \cos \varphi}{r (1 - \sin \varphi) - 2(H + h) \sin \varphi}$$

Für einen ungestützten Tunnel ( $p_f \approx p_s = 0$ ) im reibungsreichen Gestein ( $\varphi = 0$ ) ergibt sich aus den Gleichungen 3 und 6

$$r_s = 2r_f$$

d.h. der Krümmungsradius an der Sohle sollte doppelt so groß wie bei der Firste sein, was bei vielen Maulprofilen ohnehin eingehalten wird.

#### 4. Dimensionierung der Innenschale

Betrachtet man die Gleichgewichtsbedingung in radialer Richtung bei Zylinderkoordinaten, kann man

zu einer einfachen Formel zur Dimensionierung des Ausbaus gelangen, sofern dieser als Gewölbe wirkt. Ausgehend von

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \rho g \cdot e_r$$

ersetzen wir  $\sigma_\theta - \sigma_r$  durch die einaxiale Druckfestigkeit  $\beta$  des Ausbaumaterials (etwa Beton oder Spritzbeton). Beschränken wir uns auf den Scheitel der Firste ( $g \cdot e_r = -g$ ), so erhalten wir

$$\frac{d\sigma_r}{dr} - \frac{\beta}{r} + \gamma = 0$$

Die Integration dieser Differentialgleichung unter Berücksichtigung der Randbedingung  $\sigma_r (r = r_a + d) = p$  (vgl. Bild 5) liefert

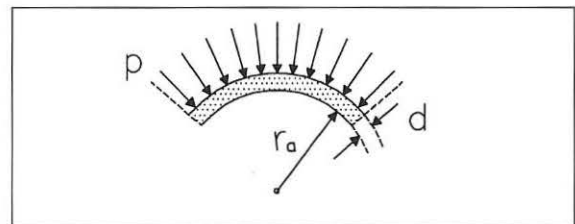


Bild 5: Zur Bemessung des Ausbaus

$$p = \beta \ln \frac{r_a + d}{r_a} + \gamma d$$

Für  $\gamma d \ll p$  können wir  $\gamma d$  vernachlässigen und erhalten dann aus Gleichung 7 mit  $r_a \approx r_0$  die erforderliche Dicke des Ausbaus zu

$$d \approx r_0 (e^{p/\beta} - 1) \quad (7)$$

Für  $p \ll \beta$  erhält man aus  $e^x \approx 1 + x$  die Kesselformel  $d \approx r_0 \cdot \frac{p}{\beta}$ .

Wenn wir hierin die erhaltenen Ausdrücke für den Ausbauwiderstand einsetzen, bekommen wir Dimensionierungsformeln für die Spritzbetonschale. Für den Sonderfall  $\varphi = 0$  erhält man:

$$\text{Firste: } d \geq \frac{r_f h}{r_f + h} \frac{\gamma r_f - c}{\beta}$$

$$\text{Sohle: } d \geq (H + h) \frac{\gamma r_s - 2c}{\beta}$$

Die Zeitabhängigkeit der Spritzbetonfestigkeit kann dabei durchaus berücksichtigt werden. Bei der praktischen Bemessung müssen selbstverständlich Sicherheitszuschläge berücksichtigt werden. Insbesondere sollte die üblicherweise sehr große Streuung der Kohäsion berücksichtigt werden. Dies kann erfolgen, indem man den charakteristischen Wert der Kohäsion mit einer großen Partialsicherheit (z.B. 3) dividiert.

5. Literatur

- [1] Kolymbas, D.: Vereinfachte statische Berechnung der Firste eines Tunnels in massigem Fels. *Rock Mechanics* 14, 201-207 (1982).
- [2] Kolymbas, D.: *Geotechnik - Tunnelbau und Tunnelmechanik*. Springer, 1998.
- [3] Mélix, P.: Modellversuche und Berechnungen zur Standsicherheit oberflächennaher Tunnel. Veröffentlichungen des Instituts für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe, Heft 103, 1987.
- [4] Müller-Salzburg, L.: *Der Felsbau*. Bd. III, S. 633, Enke, Stuttgart 1978.